Devoir 5 MAT 3572 M. ALVO

Sur 12 (Nov. 2013)

1. #58 p167

		Poisson	Binomiale
a)	$P(X=2)$	0.1438	0.1488
b)	$P(X=9)$	0.1300	0.3151
c)	$P(X=0)$	0.3679	0.3487
d)	$P(X=4)$	0.0723	0.0661

(4)

2. #62 p167 Pour $i<j$ on dira que (i,j) est un succès si le même résultat se réalise pour les temps i et j. Ici (i,j) est un succès avec prob. $\sum p_k^2$ comme pour le problème des anniversaires (voir p139).

(2)

Puisqu'il y a $\binom{n}{2}$ essais, $\lambda = \binom{n}{2} \sum p_k^2$

$$P(X=0) = e^{-\lambda}$$

3. #10 p212 a) $P(\text{va vers } A) = P(5<X<15$ ou $20<X<30$ ou $35<X<45$ ou $50<X<60) = 2/3$ pour $X \sim U(0,60)$

(2)

b) Même réponse que a)

4 #29 p213 Soit X le nombre de périodes que le stock augmente parmi les 1000. Donc à la fin

$$s u^X d^{1000-X} = s d^{1000} (u/d)^X$$

On veut $s d^{1000} (u/d)^X > 1.35$

$X \sim Bin(1000, 0.52) \Rightarrow P(s d^{1000} (u/d)^X > 1.35)$

$$= P(X > 469.2) = P(Z > -3.196) = 0.9993$$

5. #31 p 214 a) $E|X-a| = \int_a^A (x-a)\frac{dx}{A} + \int_0^a (a-x)\frac{dx}{A} = \frac{A}{2} - \left(a - \frac{a^2}{A}\right)$

$$\frac{d}{da} E|X-a| = 0 \Rightarrow a = A/2$$

(3) b) $E|X-a| = \int_0^a (a-x)\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_a^\infty (x-a)\lambda e^{-\lambda x}dx$

$$= a(1-e^{-\lambda a}) + a e^{-\lambda a} + \frac{e^{-\lambda a}}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} + a e^{-\lambda a} + \frac{e^{-\lambda a}}{\lambda} - a e^{-\lambda a}$$

$$= a + \frac{2}{\lambda} e^{-\lambda a}$$

$$\frac{d}{da} E|X-a| = 0 \Rightarrow a = \log 2/\lambda$$

6. #38 p 214 le discriminant $(4Y)^2 - 16(Y+2) \geq 0$

(2) $Y^2 \geq Y + 2$

Dans l'intervalle $0 < Y < 5$ ceci implique $Y \geq 2$

$P(Y \geq 2) = 3/5$

7. # 31 p 216 $F_Y(x) = P(e^X \leq x) = P(X \leq \log x) = F_X(\log x)$

(2) $f_Y(x) = \frac{d}{dx} F_X(\log x) = f_X(\log x) \cdot \frac{1}{x}$

$$= \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-(\log x - \mu)^2/2\sigma^2}$$

8 #18 p 218 Soit X_i la durée de vie d'une pile de type i et X la durée de vie d'une pile

$P(X > t) = P(X > t, \text{type } 1) + P(X > t, \text{type } 2)$

(2) $= p_1 P(X_1 > t) + p_2 P(X_2 > t)$

$P(X > t+s \mid X > t) = P(X > t+s, X > t) / P(X > t) = P(X > t+s)/P(X > t)$

$$= \frac{p_1 P(X_1 > t+s) + p_2 P(X_2 > t+s)}{p_1 P(X_1 > t) + p_2 P(X_2 > t)}$$